

古谷数学教室第 13 回

指数関数と対数関数

2025 年 7 月 9 日

1 基礎事項

1.1 指数の拡張

この小節では、 m 、 n は正の整数、 k 、 l は整数、 a 、 b は実数、 c 、 d は 0 でない実数、 α 、 β は正の実数、 r を正の有理数、 p 、 q を有理数であるとする。

次の指数法則が成り立つことは、すでに学んでいる：

$$a^m \times a^n = a^{m+n},$$

$$(a^m)^n = a^{mn},$$

$$(ab)^n = a^n b^n.$$

さらに、この法則が成り立つように指数が 0 や負の整数である場合の累乗¹⁾の意味を定め、累乗の指数の範囲を整数全体に拡張する。すなわち、次の式を定める：

$$c^0 = 1,$$

$$c^{-n} = \frac{1}{c^n}.$$

一般に、指数が整数の場合に、次の指数法則が成り立つ：

1) a^1 、 a^2 、 a^3 、 a^4 、 \dots を総称して a の累乗と呼んでいた。

指数法則 (指数が整数)

$$\begin{aligned}c^k \times c^l &= c^{k+l}, \\ \frac{c^k}{c^l} &= c^{k-l}, \\ (c^k)^l &= c^{kl}, \\ (cd)^k &= c^k d^k.\end{aligned}$$

n 乗して a になる数を a の n 乗根という。すなわち、方程式 $x^n = a$ の解が a の n 乗根である。また、 a の 2 乗根 (平方根)、3 乗根、4 乗根、... を総称して a の**累乗根**という。

以下では、 α の n 乗根のうち、正であるもの、すなわち α の正の n 乗根について考える。関数 $y = x^n$ ($x \geq 0$) のグラフを描くことにより、 $x^n = \alpha$ を満たす正の数 x がただ 1 つであることがわかる。この数 x を $\sqrt[n]{\alpha}$ で表す。

$a > 0$ のとき、

$$\begin{aligned}\sqrt[n]{a} &> 0, \\ (\sqrt[n]{a})^n &= a, \\ \sqrt[n]{(a^n)} &= a.\end{aligned}$$

$\sqrt[n]{\alpha}$ の定義から、累乗根について、次の性質が得られる：

累乗根の性質

$$\begin{aligned}\sqrt[n]{\alpha} \sqrt[n]{\beta} &= \sqrt[n]{\alpha\beta}, \\ \frac{\sqrt[n]{\alpha}}{\sqrt[n]{\beta}} &= \sqrt[n]{\frac{\alpha}{\beta}}, \\ (\sqrt[n]{\alpha})^m &= \sqrt[n]{\alpha^m}, \\ \sqrt[m]{\sqrt[n]{\alpha}} &= \sqrt[mn]{\alpha}.\end{aligned}$$

指数が有理数の場合の累乗の意味を、次のように定める：

$$\begin{aligned}\alpha^{\frac{1}{n}} &= \sqrt[n]{\alpha}, \\ \alpha^{\frac{m}{n}} &= \sqrt[n]{\alpha^m}, \\ \alpha^{-r} &= \frac{1}{\alpha^r}.\end{aligned}$$

これより、指数が有理数の場合にも、次の指数法則が成り立つ：

指数法則 (指数が有理数)

$$\begin{aligned}\alpha^p \times \alpha^q &= \alpha^{p+q}, \\ \frac{\alpha^p}{\alpha^q} &= \alpha^{p-q}, \\ (\alpha^p)^q &= \alpha^{pq}, \\ (\alpha\beta)^p &= \alpha^p \beta^p.\end{aligned}$$

α^x の指数 x は実数まで拡張することができる。例えば、 $\sqrt{2} = 1.4142\dots$ に対して、累乗の数列

$$\alpha^{1.4}, \alpha^{1.41}, \alpha^{1.414}, \alpha^{1.4142}, \dots$$

は、次第に一定の値に近づく。その値を $\alpha^{\sqrt{2}}$ と定めるのである。すなわち、次の指数法則が成り立つ：

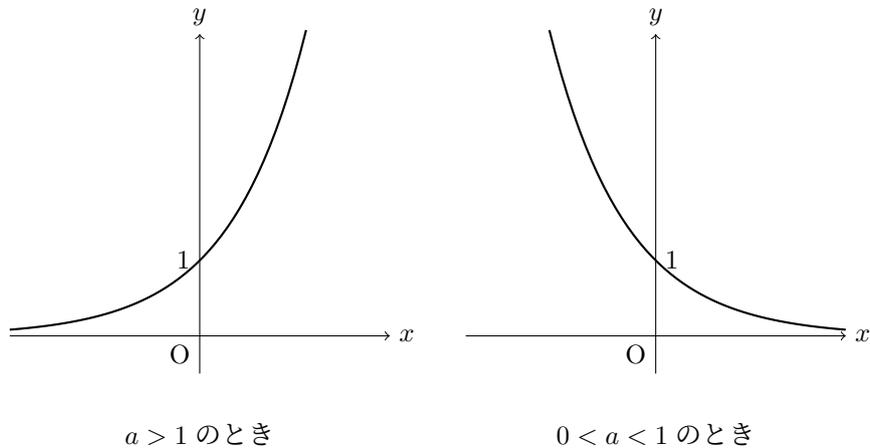
指数法則 (指数が実数)

$$\begin{aligned}\alpha^a \times \alpha^b &= \alpha^{a+b}, \\ \frac{\alpha^a}{\alpha^b} &= \alpha^{a-b}, \\ (\alpha^a)^b &= \alpha^{ab}, \\ (\alpha\beta)^a &= \alpha^a \beta^a.\end{aligned}$$

1.2 指数関数

この小節では、 a を 1 と異なる正の定数とする。

$y = a^x$ は x の関数である。この関数を、 a を底とする x の**指数関数**という。一般に、指数関数 $y = a^x$ のグラフは、次の図のようになる。



いずれの場合も、 x 軸を漸近線としてもち、点 $(0, 1)$ 、 $(1, a)$ を通る。

x の値が増加すると y の値も増加する関数を**増加関数**といい、 x の値が増加すると y の値は減少する関数を**減少関数**という。

r, s を実数とする。指数関数 $y = a^x$ は、次のような特徴をもつ：

指数関数の特徴

1. 定義域は実数全体、値域は正の数全体である。

2. $a > 1$ のとき、増加関数である：

$$r < s \iff a^r < a^s.$$

3. $0 < a < 1$ のとき、減少関数である：

$$r < s \iff a^r > a^s.$$

4. 次が成り立つ：

$$r = s \iff a^r = a^s.$$

1.3 対数とその性質

指数関数 $y = 2^x$ は増加関数で、値域は正の数全体であるから、どんな正の数 M に対しても、 $M = 2^x$ となる実数 x がただ 1 つに定まる。この x を $\log_2 M$ で表す。

一般に、指数関数 $y = a^x$ を考えれば、どんな正の数 M に対しても $M = a^p$ となる実数 p がただ 1 つ定まる。この p を $\log_a M$ で表し、 a を**底**とする M の**対数**という。また、 $\log_a M$ における正の数 M を、この対数の**真数**という。

$a > 0, a \neq 1$ で $M > 0$ とする。指数と対数の関係は、次のようになる：

指数と対数

$$M = a^p \iff \log_a M = p.$$

$M = a^p$ のとき、 $\log_a M = p$ であるから、次の等式が得られる：

$$\log_a a^p = p.$$

a を底とする対数の性質を調べてみる。まず、 $1 = a^0, a = a^1$ であることから、次が成り立つ：

$$\log_a 1 = 0,$$

$$\log_a a = 1.$$

$M > 0, N > 0$ で、 k は実数とする。指数法則から、次の性質が得られる：

対数の性質

$$\log_a MN = \log_a M + \log_a N,$$

$$\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N,$$

$$\log_a M^k = k \log_a M.$$

a, b, c は正の数で、 $a \neq 1, c \neq 1$ であるとする。 a を底とする対数 $\log_a b$ を、 c を底とする対数で表す、**底の変換公式**と呼ばれるものがある：

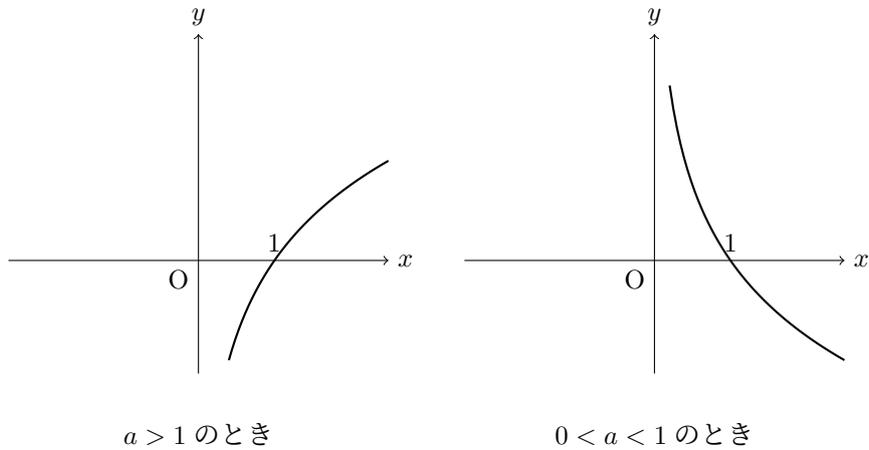
底の変換公式

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}.$$

1.4 対数関数

a を 1 と異なる正の定数とすると、 $y = \log_a x$ は x の関数である。この関数を、 a を底とする x の**対数関数**という。

一般に、対数関数 $y = \log_a x$ のグラフは、指数関数 $y = a^x$ のグラフと直線 $y = x$ に関して対称であり、次の図のようになる。



いずれの場合も、 y 軸を漸近線としてもち、点 $(1, 0)$ 、 $(a, 1)$ を通る。

p 、 q を実数とする。対数関数 $y = \log_a x$ は、次のような特徴をもつ：

対数関数の特徴

1. 定義域は正の数全体、値域は実数全体である。

2. $a > 0$ のとき、増加関数である：

$$0 < p < q \iff \log_a p < \log_a q.$$

3. $0 < a < 1$ のとき、減少関数である：

$$0 < p < q \iff \log_a p > \log_a q.$$

4. $p > 0$ 、 $q > 0$ のとき、次が成り立つ：

$$p = q \iff \log_a p = \log_a q.$$

1.5 常用対数

正の数 M は、次の形で表すことができる：

$$M = a \times 10^n,$$

ただし、 n は整数で、 $1 \leq a < 10$ とする。このとき、 $\log_{10} M$ は、次のように整数 n と $\log_{10} a$ の和で表される：

$$\log_{10} M = \log_{10} a + \log_{10} 10^n = \log_{10} a + n.$$

10 を底とする対数を常用対数という。

一般に、自然数 N 、 k について、次のことが成り立つ：

$$\text{「} N \text{ が } k \text{ 桁の数} \text{」} \iff k - 1 \leq \log_{10} N < k.$$

また、 $0 < M < 1$ である小数 M と自然数 k について、次のことが成り立つ：

$$\text{「} M \text{ の小数第 } k \text{ 位に初めて } 0 \text{ でない数字が現れる} \text{」} \iff -k \leq \log_{10} M < -k + 1.$$

2 例題

1. 次の方程式、不等式を解け。

(1) $9^x = 3^{x+1}$

(2) $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} < \left(\frac{1}{9}\right)^x$

2. 次の値を求めよ。

(1) $\log_5 125$

(2) $\log_{\frac{1}{2}} 2$

3. 方程式 $\log_3 x + \log_3(x-1) = 2$ を解け。

4. 3^{20} は何桁の数か。ただし、 $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

3 演習問題

1. 次の式を計算せよ。ただし、 $a \neq 0$ 、 $b \neq 0$ とする。

(1) 4^{-2}

(2) $(-3)^{-5}$

(3) $a^7 a^{-3}$

(4) $(a^{-4})^{-2}$

(5) $(a^2 b^{-3})^{-4}$

(6) $a^3 \div a^6$

(7) $a^4 \div a^{-2}$

(8) $a^{-3} \div a^{-3}$

(9) $(5^2 \times 3^{-1})^3 \times (5^{-3})^2$

(10) $\sqrt[4]{256}$

(11) $\sqrt[3]{4} \sqrt[3]{54}$

(12) $\frac{\sqrt[4]{48}}{\sqrt[4]{3}}$

(13) $\sqrt[3]{\sqrt{64}}$

2. 次の値を求めよ。ただし、(2)、(4) は実数の範囲で答えよ。

(1) $\sqrt[3]{216}$

(2) 216 の 3 乗根

(3) $\sqrt[4]{10000}$

(4) 10000 の 4 乗根

3. 次の関数のグラフをかけ。また、(2) から (4) のグラフと (1) のグラフの位置関係を答えよ。

(1) $y = 4^x$

(2) $y = 4^{-x}$

(3) $y = -\left(\frac{1}{4}\right)^x$

(4) $y = 4 \cdot 4^x$

4. 関数 $y = -3^x$ ($0 \leq x \leq 2$) の値域を求めよ。

5. 次の数の大小を不等号を用いて表せ。

(1) 2^{-3} , 2^0 , 2^4

(2) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$, $\left(\frac{1}{3}\right)^0$, $\left(\frac{1}{3}\right)^4$

(3) $\sqrt[4]{8}$, $\sqrt[6]{32}$, $\sqrt[9]{128}$

6. 次の方程式、不等式を解け。

(1) $2^x = 64$

(2) $2^{2x+1} = 32$

(3) $\left(\frac{1}{9}\right)^x \leq \frac{1}{81}$

(4) $\left(\frac{1}{4}\right)^x \leq 2^{x+2}$

7. 次の関係を、(1) は $p = \log_a M$ 、(2) は $a^p = M$ の形に表せ。

(1) $4^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$

(2) $\log_{10} 1000 = 3$

8. 次の対数の値を求めよ。

(1) $\log_4 4$

(2) $\log_7 49$

(3) $\log_{\sqrt{3}} 1$

(4) $\log_{\frac{1}{3}} 9$

(5) $\log_2 \sqrt[3]{32}$

(6) $\log_{\sqrt{3}} 3$

9. 次の式を簡単にせよ。

(1) $\log_6 4 + \log_6 9$

(2) $\log_2 2\sqrt{6} - \log_2 \sqrt{3}$

(3) $2\log_2 \sqrt{2} - \frac{1}{2}\log_2 3 + \log_2 \frac{\sqrt{3}}{2}$

(4) $\log_4 32$

(5) $\log_3 5 \cdot \log_5 27$

10. 次の関数のグラフをかけ。また、(2) から (3) のグラフと、(1) のグラフの位置関係を答えよ。

(1) $y = \log_4 x$

(2) $y = \log_{\frac{1}{4}} x$

(3) $y = \log_4(-x)$

11. 関数 $y = \log_2(x + 1)$ ($0 \leq x \leq 3$) の値域を求めよ。

12. 次の数の大小を不等号を用いて表せ。

(1) $\log_2 3, \log_2 5$

(2) $\log_{0.3} 3, \log_{0.3} 5$

13. 次の方程式、不等式を解け。

(1) $\log_3 x = 3$

(2) $\log_{16}(x - 2) = 0.5$

(3) $\log_5 x < 3$

(4) $\log_{\frac{1}{3}} x \geq 2$

14. 次の値を求めよ。

(1) $\log_{10} 100000$

(2) $\log_{10} 0.000001$

15. $\log_{10} 4.56 = 0.6590$ として、次の値を求めよ。

(1) $\log_{10} 45600$

(2) $\log_{10} 0.000456$

16. 常用対数表を用いて、次の常用対数を求めよ。

(1) 38700

(2) 0.0458

17. 常用対数表を用いて、常用対数が次の数となる真数を求めよ。

(1) 2.9845

(2) -1.1175

18. $\log_{10} 2 = 0.3010$ 、 $\log_{10} 3 = 0.4771$ として、次の値を求めよ。

(1) $\log_{10} 24$

(2) $\log_{10} 15$

(3) $\log_4 9$

19. 次の空欄を、最も適当な正の整数で埋めよ。

(1) 正の数 N が 5 桁の整数のとき、 $10^{\boxed{\text{ア}}} \leq N < 10^{\boxed{\text{イ}}}$ 、 $\boxed{\text{ウ}} \leq \log_{10} N < \boxed{\text{エ}}$

(2) 正の数 N が小数第 3 位に初めて 0 でない数字が現れる小数であるとき、 $10^{-\boxed{\text{オ}}} \leq N < 10^{-\boxed{\text{カ}}}$ 、 $-\boxed{\text{キ}} \leq \log_{10} N < -\boxed{\text{ク}}$

20. $\log_{10} 2 = 0.3010$ 、 $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。(1) の値は何桁の数か答えよ。また、(2) の値は小数第何位に初めて 0 でない数字が現れるか答えよ。

(1) 6^{40}

(2) $\left(\frac{1}{2}\right)^{100}$

常用对数表

数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	0.0000	0.0043	0.0086	0.0128	0.0170	0.0212	0.0253	0.0294	0.0334	0.0374
1.1	0.0414	0.0453	0.0492	0.0531	0.0569	0.0607	0.0645	0.0682	0.0719	0.0755
1.2	0.0792	0.0828	0.0864	0.0899	0.0934	0.0969	0.1004	0.1038	0.1072	0.1106
1.3	0.1139	0.1173	0.1206	0.1239	0.1271	0.1303	0.1335	0.1367	0.1399	0.1430
1.4	0.1461	0.1492	0.1523	0.1553	0.1584	0.1614	0.1644	0.1673	0.1703	0.1732
1.5	0.1761	0.1790	0.1818	0.1847	0.1875	0.1903	0.1931	0.1959	0.1987	0.2014
1.6	0.2041	0.2068	0.2095	0.2122	0.2148	0.2175	0.2201	0.2227	0.2253	0.2279
1.7	0.2304	0.2330	0.2355	0.2380	0.2405	0.2430	0.2455	0.2480	0.2504	0.2529
1.8	0.2553	0.2577	0.2601	0.2625	0.2648	0.2672	0.2695	0.2718	0.2742	0.2765
1.9	0.2788	0.2810	0.2833	0.2856	0.2878	0.2900	0.2923	0.2945	0.2967	0.2989
2.0	0.3010	0.3032	0.3054	0.3075	0.3096	0.3118	0.3139	0.3160	0.3181	0.3201
2.1	0.3222	0.3243	0.3263	0.3284	0.3304	0.3324	0.3345	0.3365	0.3385	0.3404
2.2	0.3424	0.3444	0.3464	0.3483	0.3502	0.3522	0.3541	0.3560	0.3579	0.3598
2.3	0.3617	0.3636	0.3655	0.3674	0.3692	0.3711	0.3729	0.3747	0.3766	0.3784
2.4	0.3802	0.3820	0.3838	0.3856	0.3874	0.3892	0.3909	0.3927	0.3945	0.3962
2.5	0.3979	0.3997	0.4014	0.4031	0.4048	0.4065	0.4082	0.4099	0.4116	0.4133
2.6	0.4150	0.4166	0.4183	0.4200	0.4216	0.4232	0.4249	0.4265	0.4281	0.4298
2.7	0.4314	0.4330	0.4346	0.4362	0.4378	0.4393	0.4409	0.4425	0.4440	0.4456
2.8	0.4472	0.4487	0.4502	0.4518	0.4533	0.4548	0.4564	0.4579	0.4594	0.4609
2.9	0.4624	0.4639	0.4654	0.4669	0.4683	0.4698	0.4713	0.4728	0.4742	0.4757
3.0	0.4771	0.4786	0.4800	0.4814	0.4829	0.4843	0.4857	0.4871	0.4886	0.4900
3.1	0.4914	0.4928	0.4942	0.4955	0.4969	0.4983	0.4997	0.5011	0.5024	0.5038
3.2	0.5051	0.5065	0.5079	0.5092	0.5105	0.5119	0.5132	0.5145	0.5159	0.5172
3.3	0.5185	0.5198	0.5211	0.5224	0.5237	0.5250	0.5263	0.5276	0.5289	0.5302
3.4	0.5315	0.5328	0.5340	0.5353	0.5366	0.5378	0.5391	0.5403	0.5416	0.5428
3.5	0.5441	0.5453	0.5465	0.5478	0.5490	0.5502	0.5514	0.5527	0.5539	0.5551
3.6	0.5563	0.5575	0.5587	0.5599	0.5611	0.5623	0.5635	0.5647	0.5658	0.5670
3.7	0.5682	0.5694	0.5705	0.5717	0.5729	0.5740	0.5752	0.5763	0.5775	0.5786
3.8	0.5798	0.5809	0.5821	0.5832	0.5843	0.5855	0.5866	0.5877	0.5888	0.5899
3.9	0.5911	0.5922	0.5933	0.5944	0.5955	0.5966	0.5977	0.5988	0.5999	0.6010
4.0	0.6021	0.6031	0.6042	0.6053	0.6064	0.6075	0.6085	0.6096	0.6107	0.6117
4.1	0.6128	0.6138	0.6149	0.6160	0.6170	0.6180	0.6191	0.6201	0.6212	0.6222
4.2	0.6232	0.6243	0.6253	0.6263	0.6274	0.6284	0.6294	0.6304	0.6314	0.6325

数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4.3	0.6335	0.6345	0.6355	0.6365	0.6375	0.6385	0.6395	0.6405	0.6415	0.6425
4.4	0.6435	0.6444	0.6454	0.6464	0.6474	0.6484	0.6493	0.6503	0.6513	0.6522
4.5	0.6532	0.6542	0.6551	0.6561	0.6571	0.6580	0.6590	0.6599	0.6609	0.6618
4.6	0.6628	0.6637	0.6646	0.6656	0.6665	0.6675	0.6684	0.6693	0.6702	0.6712
4.7	0.6721	0.6730	0.6739	0.6749	0.6758	0.6767	0.6776	0.6785	0.6794	0.6803
4.8	0.6812	0.6821	0.6830	0.6839	0.6848	0.6857	0.6866	0.6875	0.6884	0.6893
4.9	0.6902	0.6911	0.6920	0.6928	0.6937	0.6946	0.6955	0.6964	0.6972	0.6981
5.0	0.6990	0.6998	0.7007	0.7016	0.7024	0.7033	0.7042	0.7050	0.7059	0.7067
5.1	0.7076	0.7084	0.7093	0.7101	0.7110	0.7118	0.7126	0.7135	0.7143	0.7152
5.2	0.7160	0.7168	0.7177	0.7185	0.7193	0.7202	0.7210	0.7218	0.7226	0.7235
5.3	0.7243	0.7251	0.7259	0.7267	0.7275	0.7284	0.7292	0.7300	0.7308	0.7316
5.4	0.7324	0.7332	0.7340	0.7348	0.7356	0.7364	0.7372	0.7380	0.7388	0.7396
5.5	0.7404	0.7412	0.7419	0.7427	0.7435	0.7443	0.7451	0.7459	0.7466	0.7474
5.6	0.7482	0.7490	0.7497	0.7505	0.7513	0.7520	0.7528	0.7536	0.7543	0.7551
5.7	0.7559	0.7566	0.7574	0.7582	0.7589	0.7597	0.7604	0.7612	0.7619	0.7627
5.8	0.7634	0.7642	0.7649	0.7657	0.7664	0.7672	0.7679	0.7686	0.7694	0.7701
5.9	0.7709	0.7716	0.7723	0.7731	0.7738	0.7745	0.7752	0.7760	0.7767	0.7774
6.0	0.7782	0.7789	0.7796	0.7803	0.7810	0.7818	0.7825	0.7832	0.7839	0.7846
6.1	0.7853	0.7860	0.7868	0.7875	0.7882	0.7889	0.7896	0.7903	0.7910	0.7917
6.2	0.7924	0.7931	0.7938	0.7945	0.7952	0.7959	0.7966	0.7973	0.7980	0.7987
6.3	0.7993	0.8000	0.8007	0.8014	0.8021	0.8028	0.8035	0.8041	0.8048	0.8055
6.4	0.8062	0.8069	0.8075	0.8082	0.8089	0.8096	0.8102	0.8109	0.8116	0.8122
6.5	0.8129	0.8136	0.8142	0.8149	0.8156	0.8162	0.8169	0.8176	0.8182	0.8189
6.6	0.8195	0.8202	0.8209	0.8215	0.8222	0.8228	0.8235	0.8241	0.8248	0.8254
6.7	0.8261	0.8267	0.8274	0.8280	0.8287	0.8293	0.8299	0.8306	0.8312	0.8319
6.8	0.8325	0.8331	0.8338	0.8344	0.8351	0.8357	0.8363	0.8370	0.8376	0.8382
6.9	0.8388	0.8395	0.8401	0.8407	0.8414	0.8420	0.8426	0.8432	0.8439	0.8445
7.0	0.8451	0.8457	0.8463	0.8470	0.8476	0.8482	0.8488	0.8494	0.8500	0.8506
7.1	0.8513	0.8519	0.8525	0.8531	0.8537	0.8543	0.8549	0.8555	0.8561	0.8567
7.2	0.8573	0.8579	0.8585	0.8591	0.8597	0.8603	0.8609	0.8615	0.8621	0.8627
7.3	0.8633	0.8639	0.8645	0.8651	0.8657	0.8663	0.8669	0.8675	0.8681	0.8686
7.4	0.8692	0.8698	0.8704	0.8710	0.8716	0.8722	0.8727	0.8733	0.8739	0.8745
7.5	0.8751	0.8756	0.8762	0.8768	0.8774	0.8779	0.8785	0.8791	0.8797	0.8802
7.6	0.8808	0.8814	0.8820	0.8825	0.8831	0.8837	0.8842	0.8848	0.8854	0.8859

数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
7.7	0.8865	0.8871	0.8876	0.8882	0.8887	0.8893	0.8899	0.8904	0.8910	0.8915
7.8	0.8921	0.8927	0.8932	0.8938	0.8943	0.8949	0.8954	0.8960	0.8965	0.8971
7.9	0.8976	0.8982	0.8987	0.8993	0.8998	0.9004	0.9009	0.9015	0.9020	0.9025
8.0	0.9031	0.9036	0.9042	0.9047	0.9053	0.9058	0.9063	0.9069	0.9074	0.9079
8.1	0.9085	0.9090	0.9096	0.9101	0.9106	0.9112	0.9117	0.9122	0.9128	0.9133
8.2	0.9138	0.9143	0.9149	0.9154	0.9159	0.9165	0.9170	0.9175	0.9180	0.9186
8.3	0.9191	0.9196	0.9201	0.9206	0.9212	0.9217	0.9222	0.9227	0.9232	0.9238
8.4	0.9243	0.9248	0.9253	0.9258	0.9263	0.9269	0.9274	0.9279	0.9284	0.9289
8.5	0.9294	0.9299	0.9304	0.9309	0.9315	0.9320	0.9325	0.9330	0.9335	0.9340
8.6	0.9345	0.9350	0.9355	0.9360	0.9365	0.9370	0.9375	0.9380	0.9385	0.9390
8.7	0.9395	0.9400	0.9405	0.9410	0.9415	0.9420	0.9425	0.9430	0.9435	0.9440
8.8	0.9445	0.9450	0.9455	0.9460	0.9465	0.9469	0.9474	0.9479	0.9484	0.9489
8.9	0.9494	0.9499	0.9504	0.9509	0.9513	0.9518	0.9523	0.9528	0.9533	0.9538
9.0	0.9542	0.9547	0.9552	0.9557	0.9562	0.9566	0.9571	0.9576	0.9581	0.9586
9.1	0.9590	0.9595	0.9600	0.9605	0.9609	0.9614	0.9619	0.9624	0.9628	0.9633
9.2	0.9638	0.9643	0.9647	0.9652	0.9657	0.9661	0.9666	0.9671	0.9675	0.9680
9.3	0.9685	0.9689	0.9694	0.9699	0.9703	0.9708	0.9713	0.9717	0.9722	0.9727
9.4	0.9731	0.9736	0.9741	0.9745	0.9750	0.9754	0.9759	0.9763	0.9768	0.9773
9.5	0.9777	0.9782	0.9786	0.9791	0.9795	0.9800	0.9805	0.9809	0.9814	0.9818
9.6	0.9823	0.9827	0.9832	0.9836	0.9841	0.9845	0.9850	0.9854	0.9859	0.9863
9.7	0.9868	0.9872	0.9877	0.9881	0.9886	0.9890	0.9894	0.9899	0.9903	0.9908
9.8	0.9912	0.9917	0.9921	0.9926	0.9930	0.9934	0.9939	0.9943	0.9948	0.9952
9.9	0.9956	0.9961	0.9965	0.9969	0.9974	0.9978	0.9983	0.9987	0.9991	0.9996