古谷数学教室第 28 回

総合演習 1（Theme 0: 共通テストについて, Theme 1: 集合の考え方と応用）

2025 年 12 月 3 日

Theme 0: 共通テストについて

数学 I，数学 A

表 1 のような配点と内容となる。**試験時間は 70 分**である。

表 1　数学 I，数学 A の構成

問題	配点	形式	内容
第 1 問	30 点	必答	主に「数と式」、「図形と計量」から出される。
第 2 問	30 点	必答	主に「二次関数」、「データの分析」から出される。
第 3 問	20 点	必答	ほぼ固定で「図形の性質」から出される。
第 4 問	20 点	必答	ほぼ固定で「場合の数と確率」から出される。

数学 II，数学 B，数学 C

表 2 のような配点と内容となる。選択問題は、3 つ選ぶ。**試験時間は 70 分**である。

表 2　数学 II，数学 B，数学 C の構成

問題	配点	形式	内容
第 1 問	15 点	必答	主に「図形と方程式」、「三角関数」、「指数関数・対数関数」から出される。
第 2 問	15 点	必答	主に「図形と方程式」、「三角関数」、「指数関数・対数関数」から出される。
第 3 問	22 点	必答	ほぼ固定で「微分・積分の考え」から出される。
第 4 問	16 点	選択	ほぼ固定で「数列」から出される。
第 5 問	16 点	選択	ほぼ固定で「統計的な推測」から出される。
第 6 問	16 点	選択	ほぼ固定で「ベクトル」から出される。
第 7 問	16 点	選択	ほぼ固定で「平面上の曲線」、「複素数平面」から出される。

共通テストの解き方

10 年分を 2 周などという方法を広めている塾が存在するが、**そんなにする必要はない**[1]。とりあえず、3 年分を完璧にこなすことを薦める。しかし、新課程のものは、現状令和 7 年版しかない。令和 6 年度版、令和 5 年度版は、新課程ではないが、数学 I, 数学 A に関しては、整数の性質を選択しなければ同じように受けられる。数学 II, 数学 B, 数学 C に関しては、選択問題を全て選択し、70 分で解けば[2] 同じように受けられる。

次のように進めるとよい：

1. 時間を測って解く。

2. とりあえず、解説は見ずに採点だけする。

3. 時間を測らず、解けきれなかった箇所をすべて解く。

まず最初は、**1.** 時間を測る。本番は、マークに色塗りをする時間もあるでしょうから、70 分ジャストでは使いきれないことに注意する。また、**曖昧な箇所はマークせずにおいておく**ことを薦める。復習の機会を逃すからである。もちろん、本番は適当にマークしてもよい。次に、**2.** 解説は見ずに採点する。これは、**3.** を見れば理解できるだろう。最後に、**3.** 時間無制限で解ききれなかった問題を解く。基本的に、共通テストは時間制約が厳しめである。そのため、低い点数は「数学ができないから点が低かったのか？時間が足りなかったから点が低かったのか？」の区別ができない。時間が十分あれば、とても余裕で満点を狙えるオーダーが、大体本番で 9 割を取るのに必要な能力と考える。

模試の立ち位置

学校などで定期的に行われるマーク模試は、得点をみて一喜一憂するためにあるんじゃないことに注意する。自分の数学の弱点を見つけることを目標とすること。

1） もちろん、やりたければ（勝手に）すればよい。
2） 当時は 60 分だった。

（空白のページ）

Theme 1: 集合の考え方と応用

第１問

〔1〕a を負の実数，b を実数とする。x の方程式

$$\big||x|-\sqrt{-3a}\big|\cdot|x+1|-b=0 \qquad \cdots\cdots ①$$

について考える。

(1) $b=0$ のとき，① 式は，

$$\big|(|x|-\sqrt{-3a})(x+1)\big|=0$$

であり，この方程式の正の整数解のうちもっとも小さいのは，$-3a$ が $\boxed{ア}$ の値であることに注意して，$a=\dfrac{\boxed{イウ}}{\boxed{エ}}$ のとき，$x=\boxed{オ}$ である。さらに，このときの方程式の解の個数は $\boxed{カ}$ である。

$\boxed{ア}$ の解答群

⓪ 正	① 負

(数学 I、数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

(i) $1 < \sqrt{-3a}$ のときを考える。

$$f(x) = \left|(|x| - \sqrt{-3a})(x+1)\right| \qquad \cdots\cdots ②$$

とおいたとき，$x \leqq -\sqrt{-3a}$ の領域で $f(x) =$ キ であり，$0 \leqq x \leqq \sqrt{-3a}$ の領域で $f(x) =$ ク である。

(ii) $\sqrt{-3a} < 1$ のときを考える。② 式について，$x \leqq -1$ の領域で $f(x) =$ ケ である。

キ ， ク ， ケ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい）

⓪ $(x + \sqrt{-3a})(x+1)$	① $-(x + \sqrt{-3a})(x+1)$
② $(x - \sqrt{-3a})(x+1)$	③ $-(x - \sqrt{-3a})(x+1)$

(**数学 I，数学 A 第 1 問は次ページに続く。**)

(2) ① 式の解の個数がちょうど 6 個となるときの b の値の範囲を考える。

(i) $1 < \sqrt{-3a}$ のとき，$-\sqrt{-3a} \leqq x \leqq -1$ の範囲での $f(x)$ の最大値を M とすると，

$$M - f(0) = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}\left(-3a + \boxed{\text{シ}} - \boxed{\text{ス}}\sqrt{-3a}\right)$$

であることに注意して，① 式の解の個数がちょうど 6 個となるときの b の値の範囲は

$$\boxed{\text{セ}} < b < \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}\left(\sqrt{-\boxed{\text{チ}}a} - \boxed{\text{ツ}}\right)^2$$

である。

(ii) $\sqrt{-3a} < 1$ のとき，① 式の解の個数がちょうど 6 個となるときの b の値の範囲は

$$\boxed{\text{セ}} < b < \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}\left(\sqrt{-\text{チ}a} - \boxed{\text{ツ}}\right)^2$$

である。

(数学 I，数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

〔2〕次の問いに答えよ。必要ならば，次の事実を用いてよい。

> **事実**　$\sqrt{7}$ は無理数である。

(1) A を有理数全体の集合，B を無理数全体の集合であるとする。空集合を $\varnothing$ と表す。次の (i) から (v) が真の命題になるように，$\boxed{\text{テ}}$ から $\boxed{\text{ヌ}}$ に当てはまるものを，下の選択肢のうちからひとつずつ選べ。

(i) A $\boxed{\text{テ}}$ $\{0\}$

(ii) $\sqrt{28}$ $\boxed{\text{ト}}$ B

(iii) $A = \{0\}$ $\boxed{\text{ナ}}$ A

(iv) $\varnothing = A$ $\boxed{\text{ニ}}$ B

(v) A $\boxed{\text{ヌ}}$ $\varnothing$

$\boxed{\text{テ}}$，$\boxed{\text{ト}}$，$\boxed{\text{ナ}}$，$\boxed{\text{ニ}}$，$\boxed{\text{ヌ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい）

⓪ $\in$	① $\ni$	② $\subset$	③ $\supset$	④ $\cap$	⑤ $\cup$

(数学 I，数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

(2) 実数 x に関する条件 $p,\ q,\ r$ を次のように定める。

$p: x$ は無理数

$q: x+\sqrt{28}$ は有理数

$r: \sqrt{28}x$ は有理数

次の $\boxed{\text{ネ}}$, $\boxed{\text{ノ}}$ に当てはまるものを，下の選択肢のうちからひとつずつ選べ。

p は q であるための $\boxed{\text{ネ}}$ 。

p は r であるための $\boxed{\text{ノ}}$ 。

$\boxed{\text{ネ}}$, $\boxed{\text{ノ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい）

⓪ 必要十分条件である
① 必要条件であるが，十分条件でない
② 十分条件であるが，必要条件でない
③ 必要条件でも十分条件でもない

センター試験より引用。改変。

（空白のページ）

第 4 問

n を自然数とする。さいころを n 回投げて，出た目すべての積を T とするとき，T が 6 の倍数となる確率 $p(n)$ を考える。

(1)　$n = 1$ のとき，$p(1) = \dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

さいころを 2 回投げて，少なくとも 1 回 6 の目が出て，かつ出た目の積が 6 の倍数となる確率は

$$\frac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オカ}}}$$

であり，さいころを 2 回投げて 6 の目が一度も出ずに，出た目の積が 6 の倍数となる確率は

$$\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

なので，$n = 2$ のとき

$$p(2) = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$$

である。

（数学 I，数学 A 第 4 問は次ページに続く。）

(2)　この問題について，太郎さんと花子さんが後のように話している。

太郎：n が多くなるにつれて，場合分けが大変になるね。

花子：集合の知識を使えば，楽に考えられるんじゃないかな。

事象 A，B を

$$\begin{cases} A:「T \text{ が } 2 \text{ の倍数でない}」 \\ B:「T \text{ が } 3 \text{ の倍数でない}」 \end{cases}$$

とする。このとき，「T が 6 の倍数である」という事象は $\boxed{\text{シ}}$ である。これより，

$$p(n) = 1 - \left(\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}\right)^n - \left(\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}\right)^n + \left(\frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}\right)^n$$

である。ただし，$\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} < \dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ とする。

$\boxed{\text{シ}}$ の解答群

⓪ $A \cup B$	① $A \cap B$	② $\bar{A} \cap B$
③ $A \cap \bar{B}$	④ $\bar{A} \cap \bar{B}$	⑤ $\bar{A} \cup B$
⑥ $A \cup \bar{B}$	⑦ $\bar{A} \cup \bar{B}$	

（空白のページ）

解答用紙

第 1 問

解答記号	正解
ア	
イウエ	
オ	
カ	
キ	
ク	
ケ	
コサシス	
セソタチツ	

テ	
ト	
ナ	
ニ	
ヌ	
ネ	
ノ	

1 回目の得点は、 ＿＿＿ であり、2 回目直しで ＿＿＿ となった。

第 4 問

解答記号	正解
アイ	
ウエオカ	
キク	
ケコサ	
シ	
スセソタ	
チツ	

1 回目の得点は、$\boxed{}$ であり、2 回目直しで $\boxed{}$ となった。

（空白のページ）

解答

第 1 問

解答記号	正解	配点
ア	0	1
イウエ	-1,3	1
オ	1	1
カ	2	2
キ	0	2
ク	3	2
ケ	0	2
コサシス	1,4,1,6	2
セソタチツ	0,1,4,1,3	2
テ	3	2
ト	0	2
ナ	5	2
ニ	4	2
ヌ	3	2
ネ	1	2
ノ	3	3

第 4 問

解答記号	正解	配点
アイ	1,6	2
ウエオカ	11,36	2
キク	1,9	2
ケコサ	5,12	2
シ	4	4
スセソタ	1,2,2,3 または 2,3,1,2	4
チツ	1,3	4

復習問題

〔1〕不等式

$$2|x-1|+|x+4|<8$$

を解け。

〔2〕A, A, A, B, B, C, D の 7 文字の並べ方のうち、A は隣り合わず、B も隣り合わない並べ方は何通りあるか答えよ。