

第10回 答え

Ⅱ。 (1) $y - 2 = 3(x + 1)$

(2) $x = -2$

Ⅲ。 (1) $y - 3 = -\frac{3}{5}(x + 4)$

$$\frac{-3 - 3}{6 + 4} = \frac{-6}{10} = \frac{-3}{5}$$

(2) $y = 5$

(3) $x = -2$

(4) $y = \frac{5}{3}(x + 3)$

$$\frac{5 - 0}{0 + 3}$$

Ⅲ。 垂直

4。 (1) 平: $y - 3 = 3(x + 1)$

垂: $y - 3 = -\frac{1}{3}(x + 1)$

(2) 平: $x = -1$

垂: $y = 3$

5. 直線 $3x - 2y + 1 = 0$ 上の点 $P(x_0, y_0)$ をとる,

$A(2, -3)$, 求めた点 Q , 直線 $3x - 2y + 1 = 0$ と直線 AQ の交点
を H とする。

直線 $3x - 2y + 1 = 0$ の法線 vector は $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$
なので,

$$\vec{AQ} = 2 \vec{AH}$$

$$= \pm 2 \frac{\vec{PA} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}}{3^2 + (-2)^2} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

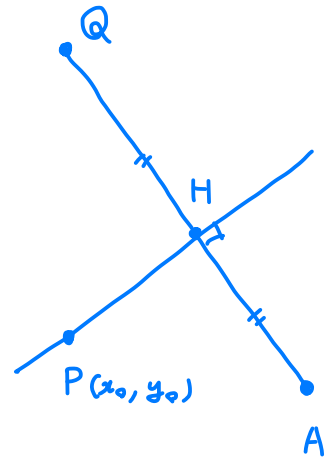
$$= \pm \frac{2}{13} \cdot 13 \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$= \pm \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\therefore \vec{OQ} = \vec{AQ} - \vec{AO}$$

$$= \begin{pmatrix} \pm 6 + 2 \\ \mp 4 - 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 8 \\ -7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} 2 - x_0 \\ -3 - y_0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$= 6 - 3x_0 + 6 + 2y_0$$

$$= 13$$

$$(\because 3x_0 - 2y_0 + 1 = 0)$$

$$\begin{aligned} & 3(-4) - 2(1) + 1 < 0 \\ & 3 \cdot 8 - 2(-7) + 1 > 0 \\ & 3 \cdot 2 - 2(-3) + 1 > 0 \end{aligned}$$

点 A と点 Q は直線 $3x - 2y + 1 = 0$ に関して対称なので,

$$(-4, 1) //$$

$$6. (1) \frac{|1-4+8|}{\sqrt{5}} = \sqrt{5} //$$

$$(2) 5$$

$$7. (1) (x-2)^2 + (y-1)^2 = 5$$

$$(2) (x-1)^2 + (y-3)^2 = 9$$

$$(3) \begin{pmatrix} x-2 \\ y-5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x-4 \\ y+7 \end{pmatrix} = 0$$

$$x^2 - 6x + 8 + y^2 + 2y - 35 = 0$$

$$x^2 - 6x + y^2 + 2y - 27 = 0 //$$

$$8. (1) x^2 + y^2 + 4x - 7y + 10 = 0$$

$$(x+2)^2 + (y-\frac{7}{2})^2 - 4 - \frac{49}{4} + 10 = 0$$

$$\frac{-16-49+40}{4} = \frac{-25}{4}$$

$$\therefore \text{中心}(-2, \frac{7}{2}), \text{半径} \frac{5}{2} \text{ の円} //$$

$$(2) x^2 + y^2 + 6x - 8y + 25 = 0$$

$$(x+3)^2 + (y-4)^2 = 0$$

$$\therefore \text{点}(-3, 4) //$$

$$8. (3) \quad x^2 + y^2 - 2x + 6y + 14 = 0$$

$$(x-1)^2 + (y+3)^2 = -4$$

$\therefore$ 上式を満たす図形は存在しない。

9. 求むる円の eq. は

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$

とす。

$$\begin{cases} 1 + a + c = 0 \\ 5 + 2a - b + c = 0 \\ 18 + 3a - 3b + c = 0 \end{cases}$$

$$5 + 10 - 9 - 6 = 0$$

$$18 + 15 - 27 - 6 = 0$$

$$\begin{cases} 1 + a + c = 0 \\ 4 + a - b = 0 \\ 17 + 2a - 3b = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 + a + c = 0 \\ 4 + a - b = 0 \\ 5 - a = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = -6 \\ b = 9 \\ a = 5 \end{cases}$$

$$\therefore x^2 + y^2 + 5x + 9y - 6 = 0$$

$$\text{II} \textcircled{0}. (1) \quad \begin{cases} y = 3x - 5 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3x - 5 \\ x^2 + 9x^2 - 30x + 25 - 5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3x - 5 \\ x^2 - 3x + 2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3x - 5 \\ (x-2)(x-1) = 0 \end{cases}$$

$\therefore$ 異なる2点 $(1, -2), (2, 1)$ で交わる。 //

$$(2) \quad \begin{cases} x + y = 2 \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ x^2 + (2-x)^2 = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x^2 - 4x + 2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ (x-1)^2 = 0 \end{cases}$$

点 $(1, 1)$ で接する。 //

$$\text{II D. (3)} \quad \begin{cases} x+2y+6=0 \\ x^2+y^2+2x-4=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+2y+6=0 \\ 4x^2+(6-x)^2+8x-16=0 \end{cases}$$

$$-12+8=-4$$

$$\begin{cases} x+2y+6=0 \\ 5x^2-4x+20=0 \end{cases}$$

$$4-5 \cdot 20 < 0$$

共有点をもたない。 //

$$\text{II I. (1)} \quad 3x-5y=34$$

$$(2) \quad x=1$$

$$\text{II D.} \quad (x-2)^2 + (y-1)^2 = \frac{|8-3+2|^2}{5^2}$$

$$(x-2)^2 + (y-1)^2 = \frac{49}{25} //$$

$$\text{II B. (1)} \quad \text{中心間キヨリ} \cdot \sqrt{(9-3)^2} = 6$$

$$\text{半径の和: } 5+5=10$$

∴ 異なる2点で交わる。 //

$$\text{II3. (2)} \quad x^2 + y^2 - 2y = 0$$

$$x^2 + (y-1)^2 = 1,$$

$$\sqrt{4^2 + (4-1)^2} = 5$$

$$x^2 + y^2 - 8x - 8y + 16 = 0$$

$$1+4=5$$

$$(x-4)^2 + (y-4)^2 = 4^2.$$

7つ接す。〃

$$(3) \quad x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$$

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1,$$

$$x^2 + y^2 + 6x - 10y + 30 = 0$$

$$\sqrt{(5-1)^2 + (-3-1)^2} = 2\sqrt{2}$$

$$(x+3)^2 + (y-5)^2 = 4.$$

$$4-1=3, \quad 4+1=5$$

共有点をもたない。〃

II4. 中心問題 3.1 は

$$\sqrt{36+64} = 10$$

と接する。〃

$$(x-6)^2 + (y-8)^2 = 3^2 \quad \text{〃}$$

15. $P(x, y)$ とする。

$$(1) \quad \left| \begin{pmatrix} x-1 \\ y-2 \end{pmatrix} \right| = 3$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$$

$\therefore$ 中心 $(1, 2)$, 半径 3 の円 //

$$(2) \quad \frac{y}{x} = 2 \wedge x \neq 0$$

$$\Leftrightarrow y = 2x \wedge x \neq 0$$

$\therefore$ 直線 $y = 2x$ ($x \neq 0$) //

$$(3) \quad \angle APB = 90^\circ$$

$$\Leftrightarrow \vec{PA} \cdot \vec{PB} = 0 \wedge |\vec{PA}| \neq 0 \wedge |\vec{PB}| \neq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} x+1 \\ y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x-1 \\ y \end{pmatrix} = 0 \wedge x \neq -1 \wedge x \neq 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 = 1 \wedge x \neq -1 \wedge x \neq 1$$

$\therefore$ 原点中心, 半径 1 の円

ただし, 点 $(1, 0)$, $(-1, 0)$ を除く。 //

II5。

$$(4) \quad |\overrightarrow{PA}|^2 + |\overrightarrow{PB}|^2 = 26$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 + y^2 + (x-2)^2 + y^2 = 26$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 = 3^2$$

$$13 - 4 = 9$$

$\therefore$ 原点中心, 半径3の円 //

$$(5) \quad 2AP^2 = BP^2 + CP^2$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 - (x-2)^2 - y^2 - x^2 - (y-2)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4x + 4y - 4 \cdot 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x + y - 2 = 0$$

$\therefore$ 直線 $x + y - 2 = 0$ //

$$(6) \quad |\overrightarrow{PA}| = |\overrightarrow{PB}|$$

$$\Leftrightarrow |\overrightarrow{PA}|^2 = |\overrightarrow{PB}|^2$$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2 + y^2 = (x-1)^2 + (y-2)^2$$

$$\Leftrightarrow 4x + 4y - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow x + y - 1 = 0$$

$\therefore$ 直線 $x + y - 1 = 0$ //

Ⅱ 5。

$$(7) \quad |\vec{PA}| : |\vec{PB}| = 1 : 2$$

$$\Leftrightarrow 2|\vec{PA}|^2 = |\vec{PB}|^2$$

$$\Leftrightarrow 4\{(x+2)^2 + y^2\} = (x-1)^2 + y^2$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 + 16x + 16 + 4y^2 - x^2 + 2x - 1 - y^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 18x + 3y^2 + 15 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 6x + y^2 + 5 = 0$$

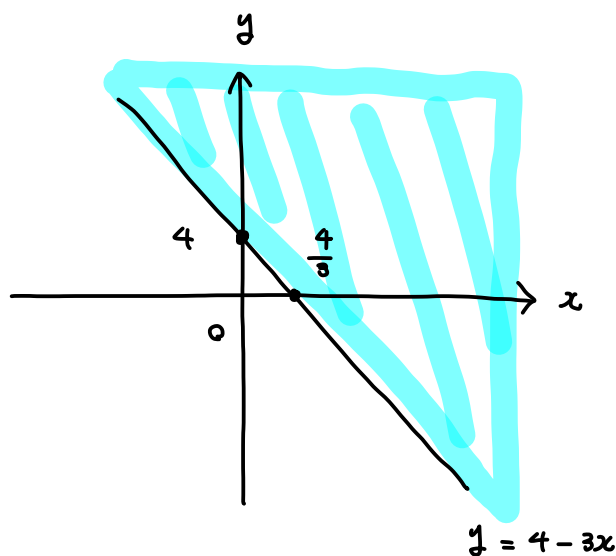
$$-9 + 5 = -4$$

$$\Leftrightarrow (x+3)^2 + y^2 = 2^2$$

∴ 中心 $(-3, 0)$, 半径 2 の円 //

Ⅱ 6。

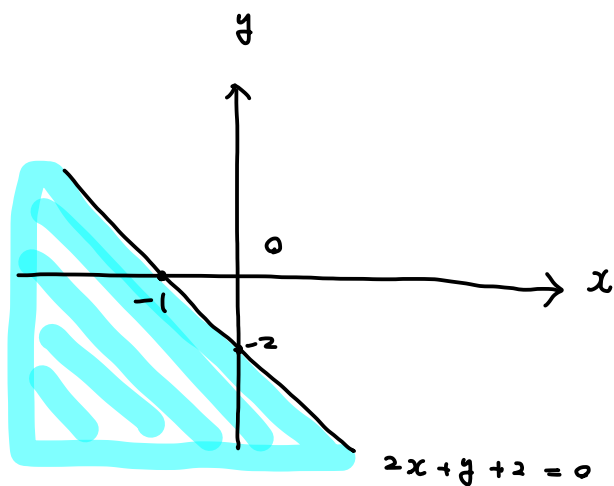
(1)



図の青斜線部分 (境界を含む)

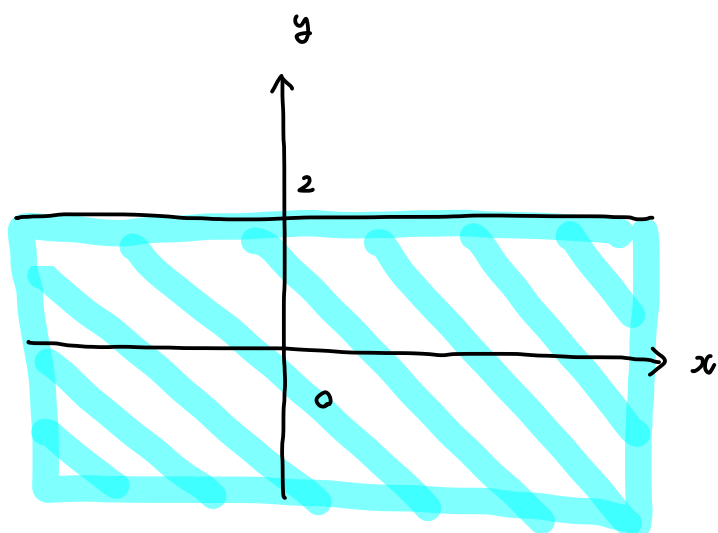
116。

(2)



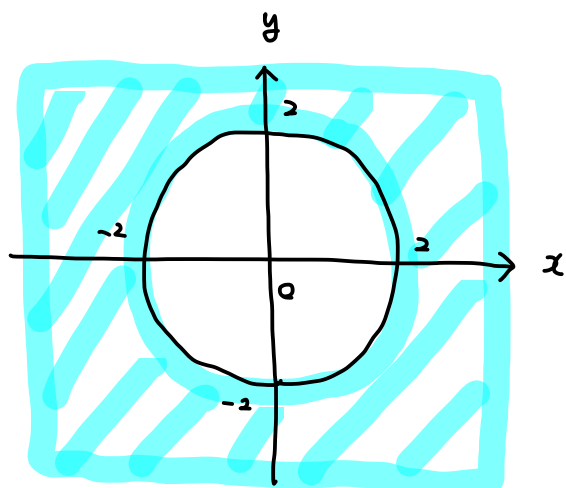
図の青斜線部分 (境界を除く)

(3)



図の青斜線部分 (境界を除く)

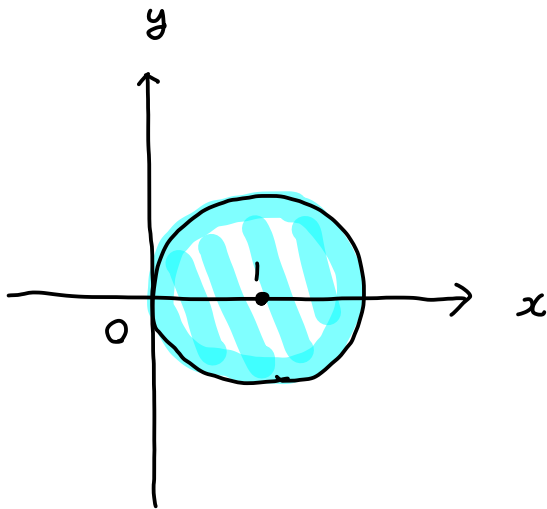
(4)



図の青斜線部分 (境界を含む)

16。

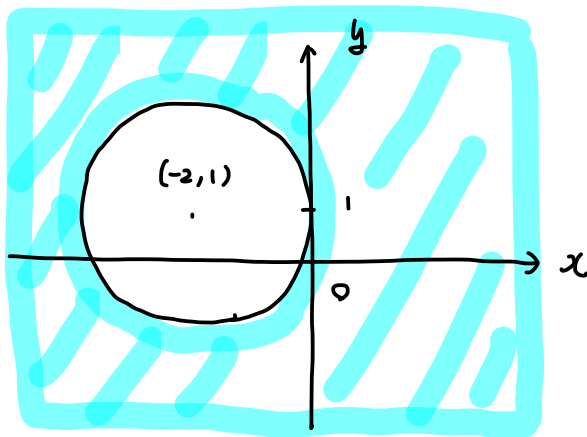
(5)



図の青斜線部分(境界を除く)

(6) $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 1 > 0$ $-4 - 1 + 1 = -4$

$$(x+2)^2 + (y-1)^2 > 4$$



図の青斜線部分(境界を除く)

116.

$$(7) \begin{cases} y > 2x - 1 \\ y < -x + 5 \end{cases}$$

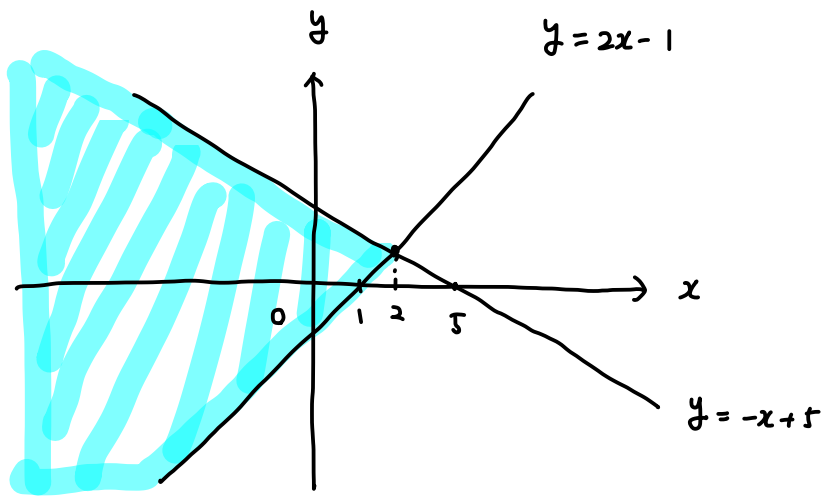
$$y = 2x - 1$$

$$y = -x + 5$$

$$2x - 1 = -x + 5$$

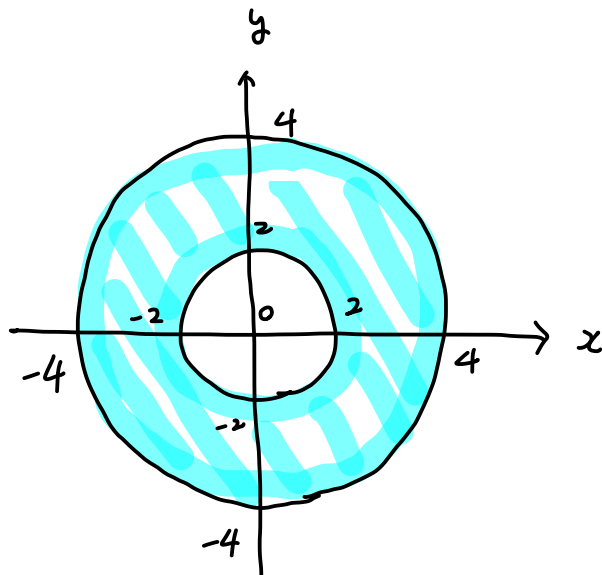
$$3x = 6$$

$$x = 2$$



図の青斜線部分 (境界を除く)

(8)

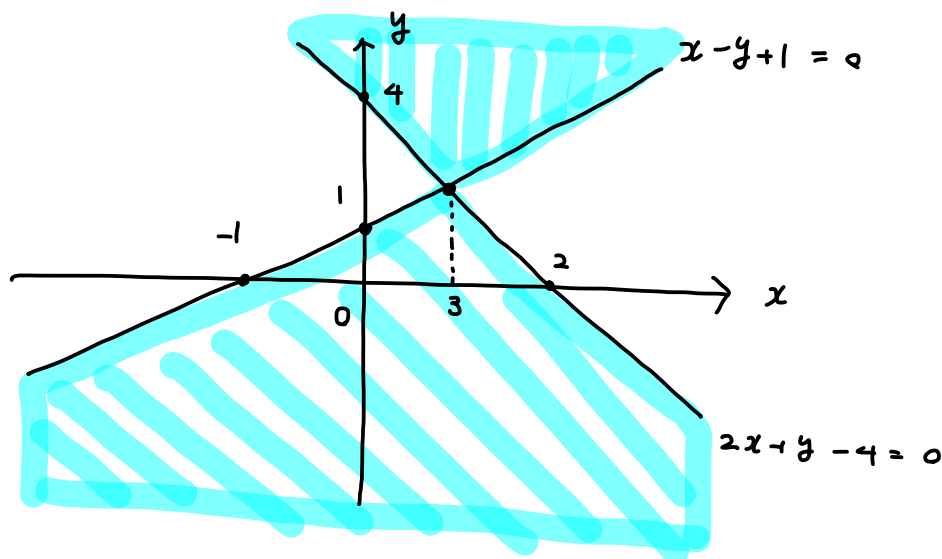


図の青斜線部分 (境界 $x^2 + y^2 = 4$ のみ除く)

116.

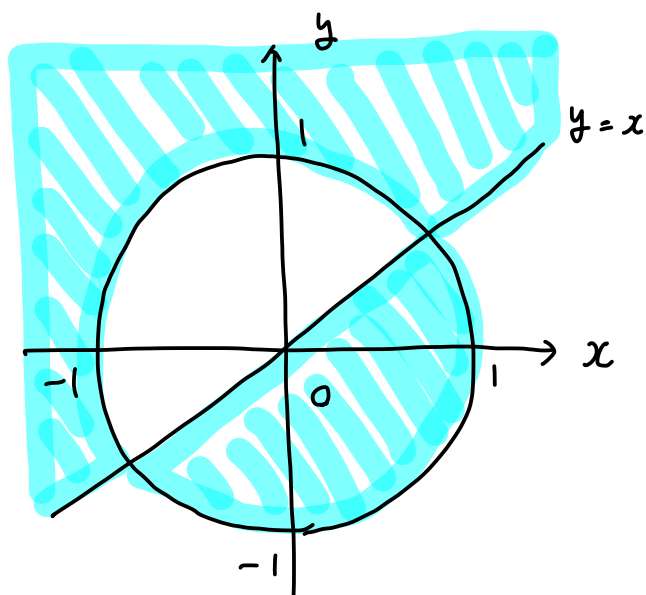
$$(9) \quad (2x+y-4)(x-y+1) \leq 0$$

$$\begin{cases} 2x+y-4 \leq 0 \\ x-y+1 \geq 0 \end{cases} \quad \vee \quad \begin{cases} 2x+y-4 \geq 0 \\ x-y+1 \leq 0 \end{cases}$$



図の青斜線部分 (境界を含む)

$$(10) \quad \begin{cases} y-x > 0 \\ x^2+y^2-1 > 0 \end{cases} \quad \vee \quad \begin{cases} y-x < 0 \\ x^2+y^2-1 < 0 \end{cases}$$



図の青斜線部分 (境界を除く)