

第17回 答え

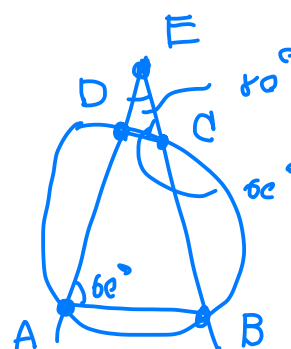
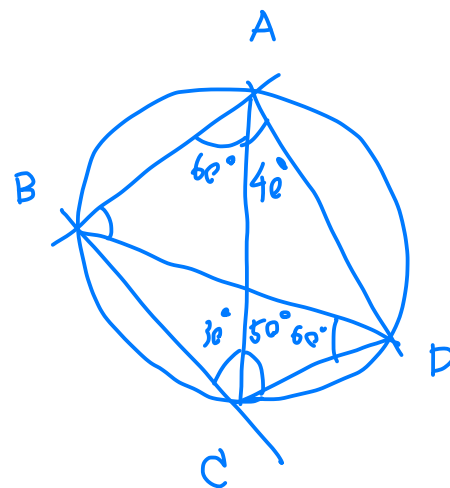
II. (1) 50°

(2) 70°

$$(3) \angle PAB + 34^\circ + 28^\circ = 180^\circ - \angle PAB$$

$$\angle PAB = 90^\circ - 17^\circ - 14^\circ$$

$$= 59^\circ //$$



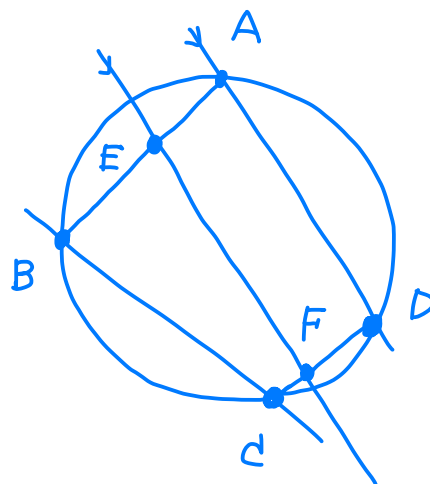
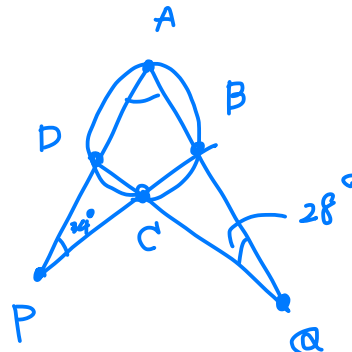
Q. $\angle ADC = \angle EFC$

$$\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$$

$$\therefore \angle ABC + \angle EFC = 180^\circ$$

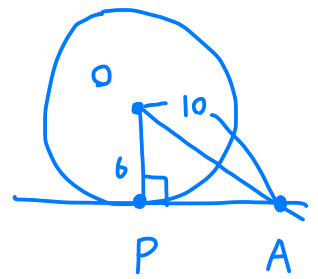
以上より、四角形 BEFC

は1つの円周上の点 



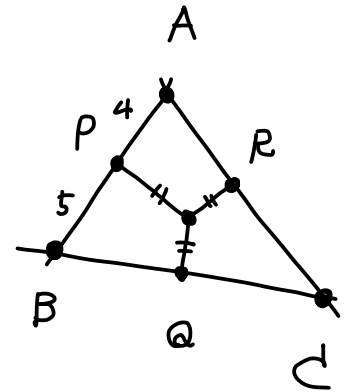
B. (1) $AP^2 = 100 - 36$

$\therefore AP = 8$ //



(2) $\triangle ABC$ の内接円と、

$\triangle ABC$ の各辺と接点を
右図のように定める。



$BQ = 5,$

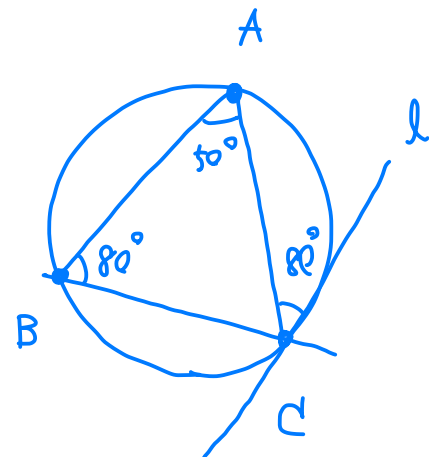
$QC = 6,$

$CR = QC = 6,$

$AR = AP = 4$

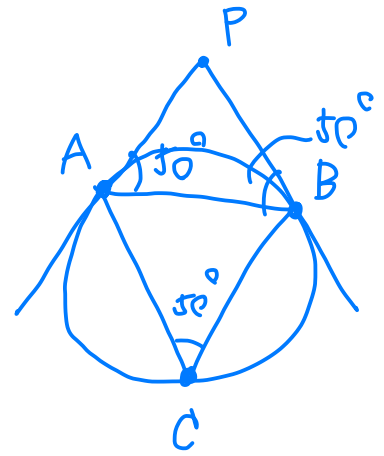
$\therefore AC = 10$ //

(3) 80°



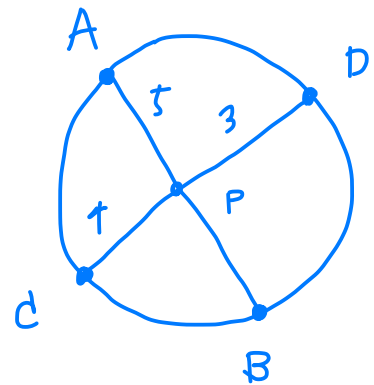
B₀ (4) $\angle PAB = \angle PBA = 40^\circ$

$\therefore \angle APB = 80^\circ$ "



(5) $5 \times BP = 3 \times 4$

$\therefore BP = \frac{12}{5}$ "

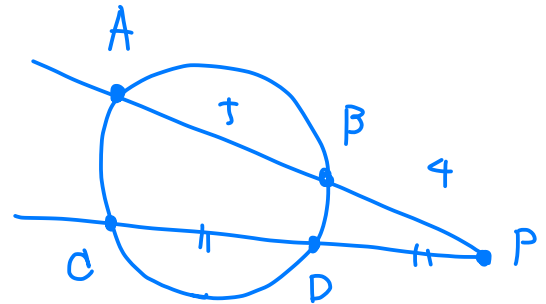


(6) $4 \times 9 = CD \times 2 CD$

$CD^2 = 2 \times 9$

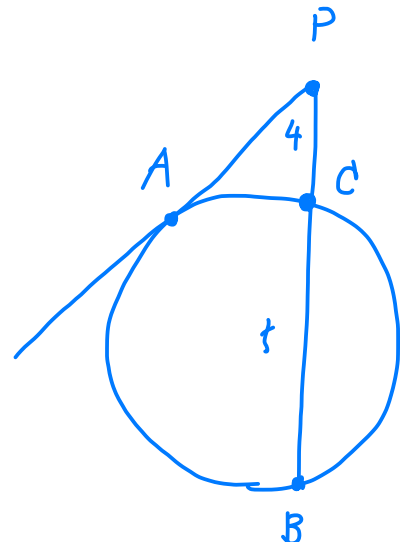
$\therefore CD = 3\sqrt{2}$ "

($\because CD > 0$)



(7) $4 \times 9 = PA^2$

$\therefore PA = 6$ "



$$4_0 \quad (1) \quad BD = 2\sqrt{2}$$

$$(2) \quad \triangle ADB \sim \triangle DCB$$

$$AD : AB = DC : DB$$

$$AD : 4 = DC : 2\sqrt{2}$$

$$4 DC = 2\sqrt{2} AD$$

$$\frac{DC}{AD} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

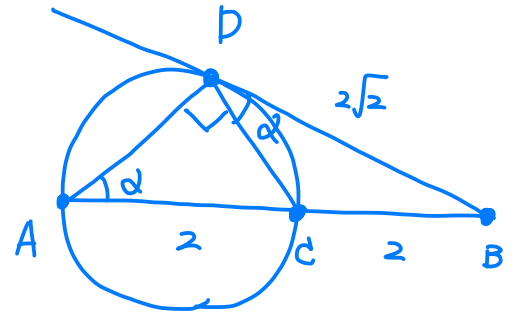
$$\therefore AD : DC = \sqrt{2} : 1 //$$

$$(3) \quad DC = k = ?$$

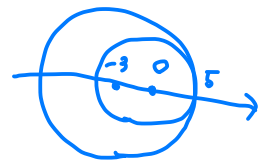
$$4 = k^2 + 2k^2$$

$$\therefore k = \sqrt{\frac{4}{3}} \quad (>0)$$

$$\therefore AD = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}, \quad DC = \frac{2}{\sqrt{3}} //$$



5. (1) 1 点を共有し、内接する, 1本



(2) 2 点で交わる, 2本

(3) 1 点を共有し、外接する, 3本



(4) 一方が他方の外部にある, 4本

(5) 一方が他方の内部にある, 引けない

6. (1) $AB^2 = 25^2 - (12-5)^2$

$$= 25^2 - 7^2$$

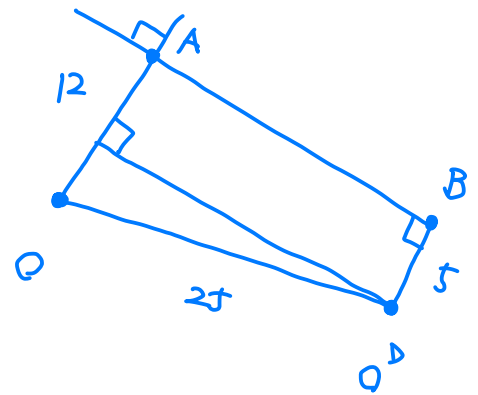
$$= (25+7)(25-7)$$

$$= 32 \times 18$$

$$= 4 \times 8 \times 2 \times 9$$

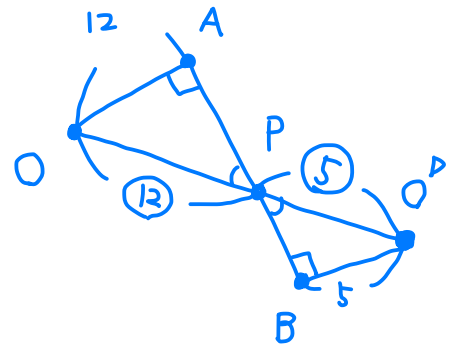
$$= 8^2 \times 3^2$$

$$\therefore AB = 24 //$$



6. (2) 直線 OO' と直線 AB の交点を P

८१३.



$$BP^2 = \left(25 \times \frac{5}{12+5} \right)^2 - 5^2$$

$$= \frac{5^2}{17^2} (25+17)(25-17)$$

$$= \frac{5^2}{172} \cdot 42 \cdot 8$$

$$= \frac{5^2}{17^2} \cdot 7 \cdot 3 \cdot 4^2$$

$$\therefore BP = \frac{20}{17} \sqrt{21}$$

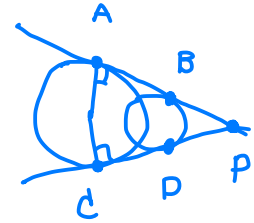
1/2 土から、

$$AB = \frac{125}{5} \text{ BP} = 4\sqrt{21} //$$

$$V_0 \quad (1) \quad \triangle POA \equiv \triangle POC$$

より

$$PA = PC,$$



$$\triangle POB \equiv \triangle POD$$

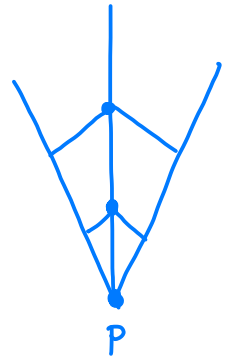
より

$$PB = PD.$$

$$\therefore PA - PB = PC - PD$$

すなわち

$$AB = CD \quad \square$$



$$(2) \quad \vec{PO} = s\vec{PA} + t\vec{PC} \quad \wedge \quad \vec{PO} = s\vec{PB} + t\vec{PD}$$

を満たす実数 s, t が存在し, $(\because (1))$

すなわち 3点 P, A, B が一直線上

かつ 3点 P, C, D が一直線上

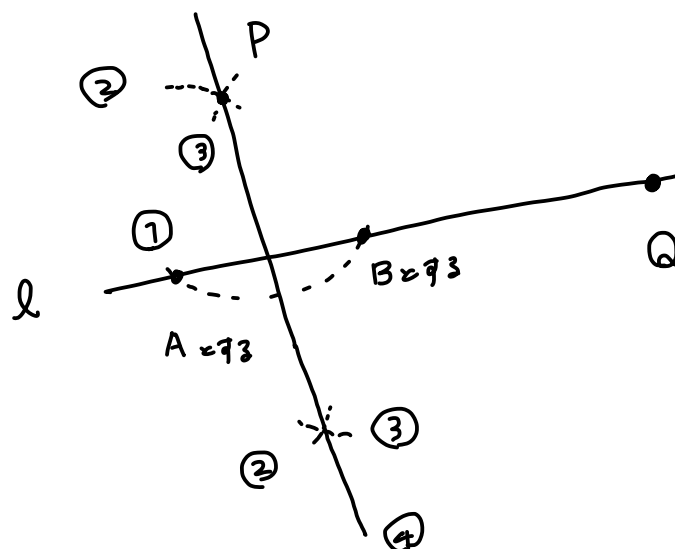
より

$$\vec{PA} = k\vec{PB} \quad \wedge \quad \vec{PC} = k\vec{PD} \quad (\because (1))$$

となる実数 k が存在する。

$$\therefore \vec{PO} = s k \vec{PB} + t k \vec{PD} = k \vec{PO} \quad \square$$

8. (2) ← (1) より先にやる。



① 点P中心で l と2点で交わる 任意の円 をかく。
2点も A, B とする。
→ コンパスは
利用可。

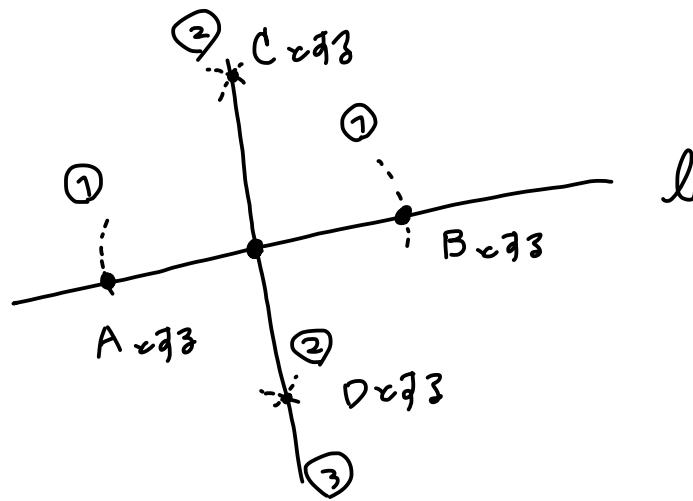
② 点A中心, 半径 AP の円 を かく。

③ 点B中心 " 。

④ ②と③で かけた2つの円の2つの交点も

通る直線を引く。
→ いろき"は 利用可。
(そのまゝのXモリの利用は不可)

8. (3)



① 点Qを中心とする円をかき、

直線 l との交点をA, Bとする。

② $AQ < r$ を満たす実数 r に対し、

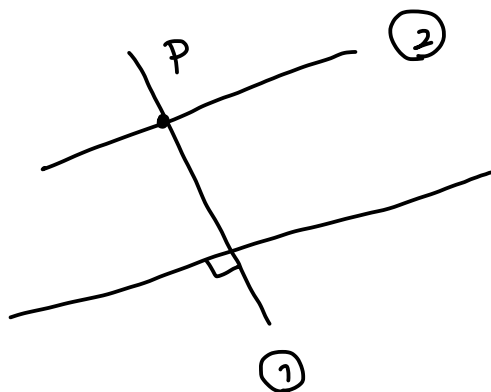
点A中心で半径 r の円と

点B中心で “ ” をかく。

かいた2つの円の交点をC, Dとする。

③ 2点C, Dを通る直線も引き。

8. (1)



① 8. (2) と同じ

② 8. (3) と同じで

点Pを通り、①に
引いた直線に垂直な
直線も引き。

4. (1) ① 点を通る、直線 AB と異なる任意の直線 l を引く。

② l 上の点 C 、 D を

$AC:AD = 5:2$ となるようにとる。 ← コンパスを

てきとうに広げて

固定し、

③ 直線 BD を引く。

点 A に針を置き、

円を l とぶつか

点をキロクする。

④ 8. (1) と同じ方法で、

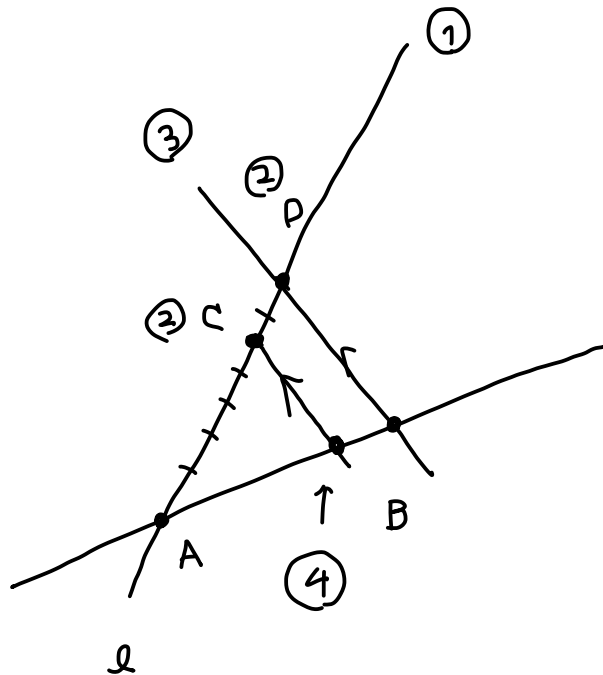
点 C を通り、直線 BD に

これを、キロクした点

で同様にくりかえし

していく。

平行な直線を引き、
直線 l との交点が求める点
である。

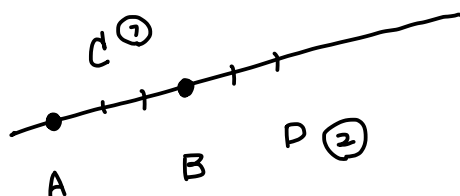


⑨. (2) ⑨. (1) と同様。

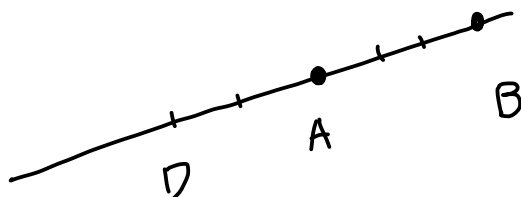
または、線分 AB の 垂直二等分線 を 引く。

(3) ① ⑨. (1) の方法で $AC:CB=1:2$ の内分点 C を おく。

② 直線 AB 上に, $AC=2BD$ となる点 D を おく。
この点 D が 求める点 である。
人
下四のように



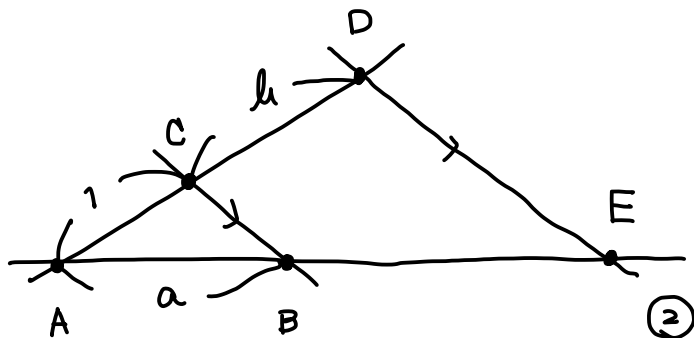
(4) ⑨. (3) について, $A \leftrightarrow B$ となるだけ。



II. (1) ① 下図のように, $AB = a$, $CA = 1$ となる $\triangle ABC$

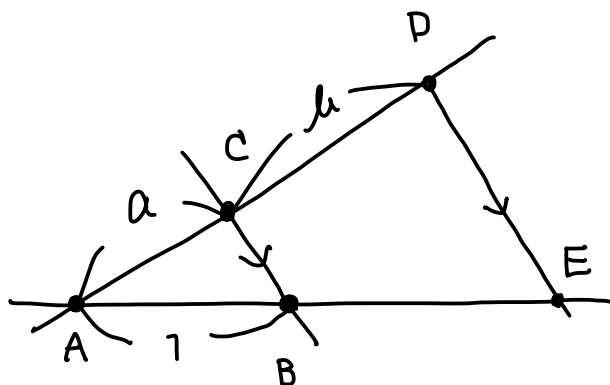
を作図し, 半直線 AC 上に点 D を $CD = h$ となるようにとる。

② ⑧. (1) で, $BC \parallel DE$ となる点 E を半直線 AB 上に書く。 $BE = ah$ である。



(2) 下図において, II. (1) と同様にすれば、

$BE = a \div h$ である。

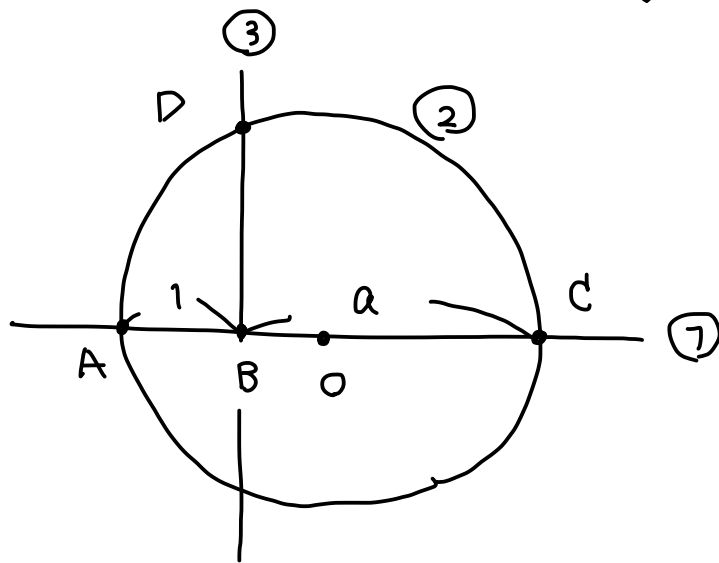


1①。① 直線 AB 上に、 $BC = a$ とするよう(に) 点 C をとる。

また、 $AB = 1$ とする。

② 線分 AC の 垂直二等分線 と 線分 AC の
交点を O とし、点 O を中心 半径 OA の円をかく。

③ ⑧。(3) より、点 B を通り、直線 AC に 垂直な
直線 を引き、円 O との交点のうちの上のものを点 D
と取る。 $BD = \sqrt{a}$ である。(ミチバネの定理)



II. II.

① 点 O 中心、半径 r ($r < OP \wedge r < OQ$)

の円をかき、 OP 、 OQ との交点をそれぞれ

A 、 B とする。

② 点 A 中心、半径 r^P の円と

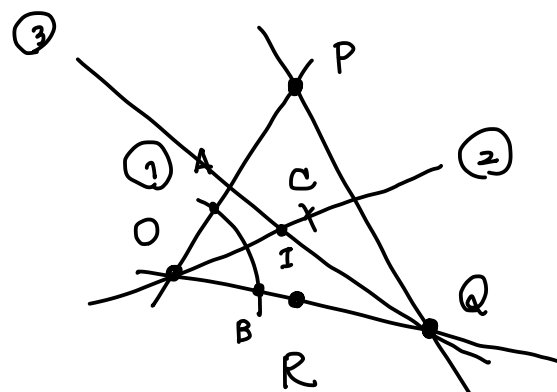
点 B 中心、半径 r^P の円との直線 AB に関して

点 O の反対側の点を C とする。

③ 点 Q について、② と同様にし、

かいた直線と直線 QC との交点を I とする。

④ 点 I 中心、半径 IR の円が求める円である。



$$12. \quad \overrightarrow{FB} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{FE} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{FG} = \begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

213.

$$(1) \quad \overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{FE} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{CG} = -\overrightarrow{FB} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\therefore \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CG}}{|\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{CG}|} = 0$$

$$\therefore \theta = 90^\circ //$$

$$(2) \quad \overrightarrow{FH} = \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{FE} = \begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\therefore \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{FH}}{|\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{FH}|} = \frac{1}{2} (0 - 1 + 0) = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \theta = 60^\circ \quad (\because 0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ)$$

$$\text{II B. (3)} \quad \vec{AF} = -\vec{FA} = -(\vec{FB} + \vec{FE}) = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \vec{CH} &= \vec{FH} - \vec{FC} = \begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} - (\vec{FG} + \vec{FB}) \\ &= \begin{pmatrix} \sqrt{3} & - & \sqrt{3} \\ 1 & - & 0 \\ 0 & - & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{\vec{AF} \cdot \vec{CH}}{|\vec{AF}| |\vec{CH}|} = \frac{1}{2} (0 - 1 + 1) = 0$$

$$\therefore \theta = 90^\circ //$$

II B. (1) 垂：平面 ABCD, 平面 EFGH

平：平面 AEHD, 平面 CGHD

(2) 平： $\sphericalangle$ AE, $\sphericalangle$ CG

垂：線分 AC, 線分 EG

$$\text{II B. (3) } \overrightarrow{FB} = \begin{pmatrix} 0 \\ 9 \\ a \end{pmatrix}, \overrightarrow{FE} = \begin{pmatrix} 0 \\ a \\ 0 \end{pmatrix}, \overrightarrow{FG} = \begin{pmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$a \neq 0 \quad (a > 0)$$

$$\overrightarrow{FH} = \begin{pmatrix} a \\ a \\ 0 \end{pmatrix}, \overrightarrow{AE} = -\overrightarrow{FB} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -a \end{pmatrix}$$

$$\therefore \overrightarrow{FH} \cdot \overrightarrow{AE} = 0$$

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{EG} = \overrightarrow{FG} - \overrightarrow{FE} = \begin{pmatrix} a \\ -a \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\therefore \overrightarrow{FH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$$

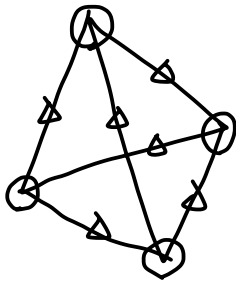
$$\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{FC} - \overrightarrow{FE} = \begin{pmatrix} a \\ -a \\ a \end{pmatrix}$$

$$\therefore \overrightarrow{FH} \cdot \overrightarrow{EC} = 0$$

以上より、

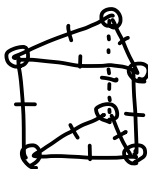
$$FH \perp AE, FH \perp AC, FH \perp EC \quad \square$$

14. (1)



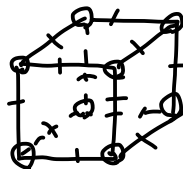
$$4 - 6 + 4 = 2 \quad \perp$$

(2)



$$6 - 9 + 5 = 2 \quad \perp$$

(3)



$$8 - 12 + 6 = 2 \quad \perp$$

(4) $\square$ $\perp$

(5)



$$10 - 5 \times 3 + 2 + 5 = 2 \quad \perp$$